

Weitere Übungen zur Prädikatenlogik und zu Prolog Thema 1

Gegeben sei eine Sprache L mit einer prädikatenlogischen Syntax gemäß den Definitionen 2.1.15, 2.1.16, 2.1.17, 2.1.18, mit den

Termen *andi, biggi, chris, dia, emma*

und den

Prädikatensymbolen *schüler, lehrer, mann, frau, klug* (alle 1-stellig)
sowie *mag, lernt-von, hört-auf* (alle 2-stellig).

(Wir beziehen uns im Weiteren auf diese Definition der Terme und der Prädikatensymbole mit der Bezeichnung „Lexikon“.)

Die Sprache L besitzt ferner eine prädikatenlogische Semantik gemäß den Definitionen 2.1.19, 2.1.20, 2.1.21, 2.1.22, mit

$D = \{\text{Andreas, Brigitte, Christian, Diana, Emma}\}$

$F(\text{andi}) = \text{Andreas}$

$F(\text{biggi}) = \text{Brigitte}$

$F(\text{chris}) = \text{Christian}$

$F(\text{dia}) = \text{Diana}$

$F(\text{emma}) = \text{Emma}$

$F(\text{schüler}) = \{\text{Andreas, Brigitte, Christian, Diana}\}$

$F(\text{lehrer}) = \{\text{Emma}\}$

$F(\text{mann}) = \{\text{Andreas, Christian}\}$

$F(\text{frau}) = \{\text{Brigitte, Diana, Emma}\}$

$F(\text{klug}) = \{\text{Brigitte, Diana, Emma}\}$

$F(\text{mag}) = \{\langle \text{Andreas, Brigitte} \rangle, \langle \text{Christian, Diana} \rangle, \langle \text{Brigitte, Emma} \rangle, \langle \text{Diana, Emma} \rangle\}$

$F(\text{lernt-von}) = \{\langle \text{Andreas, Emma} \rangle, \langle \text{Brigitte, Emma} \rangle\}$

$F(\text{hört-auf}) = \{\langle \text{Andreas, Emma} \rangle, \langle \text{Brigitte, Emma} \rangle, \langle \text{Diana, Emma} \rangle\}$

g beliebig, z.B. $\{\langle x, \text{Andreas} \rangle \mid x \text{ ist eine beliebige Variable } v_n\}$

Wie kürzen die Variablen v_0 und v_1 als x bzw. y ab.

I. Übungen zur Syntax der Prädikatenlogik

1. Entscheiden Sie, ob die folgenden Ausdrücke wohlgeformte Formeln von Sprache L sind. Beschreiben Sie dazu ausführlich, Schritt für Schritt, wie sich die Formeln mithilfe der syntaktischen Regeln von L konstruieren lassen. Falls eine Zeile keine wohlgeformte Formel von L ist, erklären Sie kurz, an welchem Punkt und warum die Ableitung der Formel fehlschlägt.

Beispiel:

$(\text{schüler}(\text{emma}) \leftrightarrow (\text{mag}(\text{andi, biggi}) \vee \forall x. \text{mann}(x)))$

1. Schritt: $\text{mann}(x)$ ist eine Formel aufgrund des Lexikons und Regel 2 (von Def. 2.1.17).
2. Schritt: $\forall x. \text{mann}(x)$ ist eine Formel aufgrund Schritt 1 und Regel 5.
3. Schritt: $\text{mag}(\text{andi, biggi})$ ist eine Formel aufgrund des Lexikons und Regel 2.

4. Schritt: $(mag(andi, biggi) \vee \forall x.mann(x))$ ist eine Formel aufgrund der Schritte 2 und 3 sowie Regel 4.
5. Schritt: $schüler(emma)$ ist eine Formel aufgrund des Lexikons und Regel 2.
6. Schritt: $(schüler(emma) \leftrightarrow (mag(andi, biggi) \vee \forall x.mann(x)))$ ist eine Formel aufgrund der Schritte 4 und 5 sowie Regel 4.

- a) $(frau(andreas) \vee klug(biggi))$
- b) $\forall x.(lernt-von(x, emma) \rightarrow frau(dia))$
- c) $\exists x.(lehrer(x) \wedge mann(x))$
- d) $((schüler(dia) \wedge lernt-von(chris, chris)) \leftrightarrow frau(biggi, emma))$
- e) $\forall x.(schüler(x) \rightarrow (x = x))$
- f) $\exists schüler.(klug(x))$
- g) $\forall x.(mann \vee frau(x))$
- h) $\forall x.\exists y.(lernt-von(x,y) \rightarrow hört-auf(x,y))$

2. Entscheiden Sie, welche Variablen in den folgenden Formeln gebunden bzw. frei vorkommen!

- a) $mann(andi) \leftrightarrow (\exists x.mag(x, andi) \vee klug(x))$
- b) $\forall x.(frau(y) \rightarrow \exists y.hört-auf(x, y))$
- c) $\exists x.lernt-von(emma,x) \leftrightarrow \forall y.(hört-auf(emma,y) \vee mag(y,x))$

II. Übungen zur Semantik der Prädikatenlogik

3. Gegen Sie folgende Aussagen in der Sprache L wieder (angenommen, dass die Bedeutung unserer prädikatenlogischen Prädikate jeweils den ähnlich lautenden deutschen Prädikaten entspricht, und bei einem zweistelligen Prädikat das deutsche Subjekt immer das erste Argument ist, und das Objekt das zweite). Sie dürfen die Sprache L nicht erweitern (d.h. keine weiteren Prädikate oder Terme einführen). Achten Sie auf das Geschlecht der Substantive!

- a) Andreas ist ein Mann.
- b) Brigitte und Diana sind Frauen.
- c) Brigitte ist eine Schülerin.
- d) Andreas ist keine Schülerin.
- e) Es gibt kluge Schüler.
- f) Alle SchülerInnen sind klug.
- g) Alle Schülerinnen mögen Emma.
- h) Es gibt keine männlichen Lehrer.
- i) Es gibt eine Schülerin, die der Andreas mag.
- j) Es gibt keine Männer außer Andreas und Christian.

4. Berechnen Sie für alle 4 wohlgeformten Formeln in Aufgabe 1 an, was jeweils ihr Wahrheitswert ist!

III. Übungen zu Prolog

5. Entscheiden Sie, ob die folgenden Ausdrücke Atome oder Variablen sind! Überprüfen Sie anschließend Ihre Antwort in Prolog mithilfe von den eingebauten Prädikaten `var` und `atom`, siehe Aufgabenblatt von letzter Woche.

`andi`

`Andi`

`'Andi'`

`andi, chris`

`'Andi und Chris'`

`_emma`

`eMMA`

`_: -`

`_?-`

6. Entscheiden Sie, ob die folgenden Ausdrücke Atome, Variablen oder komplexe Terme sind! Bestimmen Sie die Funktoren der komplexen Terme und ihre Stelligkeit!

`mag(andi)`

`Mag(Andi)`

`LEhrerin(emma)`

`(andi)mag(biggi)`

`lernt-von(andi, emma)`

`'hoert auf'`

`(andi, chris, emma)`

`hoert_auf(andi, biggi, dia, emma)`

`Schueler`

7. Übersetzen Sie das auf der ersten Seite oben für Sprache *L* definierte Modell in eine Prolog-Wissensbasis! Benutzen Sie dabei als Atome die Konstanten und Prädikatensymbole der Sprache *L* (falls es aus der Sicht der Syntax von Prolog notwendig ist, modifizieren Sie diese Symbole entsprechend)!

Sie sollten folgende Antworten auf Anfragen an diese Wissensbasis in Prolog bekommen:

`-? schueler(biggi).`

`Yes`

`-? schueler(emma).`

`No.`

`-? mann(X), mag(X, emma).`

`No.`

`-? frau(X), schueler(X).`

`X = biggi ;`

`X = dia ;`

`No.`

Formulieren Sie folgende weitere Anfragen!

a) Gibt es männliche Lehrer?

b) Gibt es eine kluge Person, die eine andere kluge Person mag?

c) Wer hört auf Emma?

- d) Wer lernt von Brigitte?
- e) Gibt es eine Person, die der Christian mag, und die von jemandem lernt?

Ergänzen Sie die Wissensbasis mit folgenden Regeln! Geben Sie für jede Regel an, welche Fakten durch die Einführung der betreffenden Regel überflüssig werden (wenn überhaupt).

- a) Alle Frauen sind klug.
- b) Alle, die von einer Person lernen, hören auf diese Person.
- c) Alle Schülerinnen mögen Emma.
- d) Alle Frauen mögen sich selbst.
- e) Alle Frauen mögen alle klugen Männer.
- f) Man hört nur auf eine Person, die man mag.
- g) Männer, die lernen, sind klug.

Falls Sie die Wissensbasis dementsprechend ergänzt haben, wie muss die Funktion F für Sprache L wiederum modifiziert werden, so dass sie wieder dieselben Informationen über die Welt enthält, wie die Wissensbasis? Falls sich dadurch einzelne Mengen ändern, die F den verschiedenen Prädikatsymbolen zuordnet, geben Sie die neue Menge an, z.B.: was ist $F(klug)$?

8. Denken Sie auf der Grundlage der gelösten Aufgaben darüber nach, in welcher Beziehung die Sprache L und die Prolog-Syntax zueinander stehen. Gibt es bestimmte Elemente in L , die Sie in Prolog nicht ausdrücken können? Wie wird in Prolog die Quantifikation (der Allquantor und der Existenzquantor) ausgedrückt?

Quelle: <http://193.6.132.75/cl/cl3-ubung.doc>